第 2 講　因数分解

PART1　共通因数

要点 ①　因数分解

ある整式を，1 次以上の整式の「　　　　　」で表すことを，その整式を「　　　　　　」するという。因数分解された式において，積を作っているそれぞれの式を，もとの式の「　　　」という。

例　x^2-x-20 を因数分解すると

$$x^2-x-20=(x+4)(x-5)$$

である。よって，　　，　　　は x^2-x-20 の因数である。

※因数分解は，展開の逆の操作である。

展開は分配法則で必ずできるが，

因数分解はいつでもできるとは限らない。

$(x+4)(x-5)$

展開 ↓　　　↑ 因数分解

x^2-x-20

要点 ②　共通因数でくくる

整式において，各項に共通な因数があるとき，その因数を「　　　　　　」という。

例　$2x^2-6x=2x\cdot x-2x\cdot 3$

よって，　　が共通因数

整式の因数分解において，すべての項に共通な因数があれば，分配法則を用いて，その共通因数をかっこの外に「　　　　　　　　」ことで，整式を因数分解することができる。

例　$2x^2y-6xy^2$

$A(B+C)=AB+AC$

⇕

$AB+AC=A(B+C)$

※因数分解においては，共通因数があればそれをすべてくくり出す必要がある。

$3ax^2+6axy=3a(x^2+2xy)$ は，式変形としては間違っていないが，因数分解としては不十分である。

多項式を 1 つのかたまりと見なし，共通因数としてくくり出すことができる場合がある。

例 $(a+b)x+(a+b)y$ を因数分解する。

$a+b=A$ とおくと

$$Ax+Ay=A(x+y)$$

と因数分解することができる。

よって，$a+b$ を 1 つのかたまりと見なし，共通因数としてくくり出すと

$$(a+b)x+(a+b)y=(a+b)(x+y)$$

1 (1) 次の式を因数分解せよ。

(i) $15x^3-5x^2y$　　(ii) $6a^2bc-9ab^2c+12abc^2$

(2) 次の式を因数分解せよ。

(i) $(a-4)x+(a-4)y$　　(ii) $(a-b)x^2+(b-a)y$

Point Pickup

因数分解の基本

すべての項の「　　　　　　　」があれば，それでくくる。

共通因数が多項式

共通に現れる式を「　　　　　　　　　　」と見なすことで，それを共通因数としてくくり出すことができる場合がある。おき換えも有効。

第 2 講　PART1 確認問題

次の式を因数分解せよ。

1　$6xy^2-9y^3=\boxed{ア}\,y^2\left(\boxed{イ}\,x-\boxed{ウ}\,y\right)$

2　$4a^2b+8ab^2-12ab$

$=\boxed{エ}\,ab\left(a+\boxed{オ}\,b-\boxed{カ}\right)$

3　$(a+3)x+5(a+3)=\left(a+\boxed{キ}\right)\left(x+\boxed{ク}\right)$

4　$a(x-y)+2(y-x)=(x-y)\left(a-\boxed{ケ}\right)$

第 2 講　因数分解

PART1　共通因数

1 (1)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$15x^3-5x^2y$

(ii)　$6a^2bc-9ab^2c+12abc^2$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$(a-4)x+(a-4)y$

(ii)　$(a-b)x^2+(b-a)y$

[解答]

(1)(i)　$15x^3-5x^2y=5x^2\cdot 3x-5x^2\cdot y=5x^2(3x-y)$

(ii)　$6a^2bc-9ab^2c+12abc^2=3abc\cdot 2a-3abc\cdot 3b+3abc\cdot 4c=3abc(2a-3b+4c)$

(2)(i)　$a-4=A$ とおくと

$$(a-4)x+(a-4)y=Ax+Ay=A(x+y)=(a-4)(x+y)$$

(ii)　$a-b=A$ とおくと

$$\begin{aligned}(a-b)x^2+(b-a)y&=(a-b)x^2-(a-b)y\\&=Ax^2-Ay\\&=A(x^2-y)\\&=(a-b)(x^2-y)\end{aligned}$$

第 2 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：2，ウ：3

[解説]

$6xy^2-9y^3=\boxed{3y^2}\times 2x-\boxed{3y^2}\times 3y$

（共通因数）

$=\boxed{\boldsymbol{3y^2}}\boldsymbol{(2x-3y)}$ [A]

[A]　共通因数 $3y^2$ をくくり出す。

2

[正解] エ：4，オ：2，カ：3

[解説]

$4a^2b+8ab^2-12ab$

$=\boxed{4ab}\times a+\boxed{4ab}\times 2b-\boxed{4ab}\times 3$

（共通因数）

$=\boxed{\boldsymbol{4ab}}\boldsymbol{(a+2b-3)}$ [B]

[B]　共通因数 $4ab$ をくくり出す。

3

[正解] キ：3，ク：5

[解説]

$a+3=A$ とおくと，

$(\underbrace{\boxed{a+3}}_{A})x+5(\underbrace{\boxed{a+3}}_{A})=Ax+5A$ [C]

$=A(x+5)$

$=\boldsymbol{(a+3)(x+5)}$

[C]　$a+3$ が共通因数となるので，これを A とおく。

4

[正解] ケ：2

[解説]

$x-y=A$ とおくと，

$a(x-y)+2(y-x)=a(\underbrace{\boxed{x-y}}_{A})-2(\underbrace{\boxed{x-y}}_{A})$ [D]

$=aA-2A$

$=A(a-2)$

$=\boldsymbol{(x-y)(a-2)}$

[D]　$y-x \rightarrow -(x-y)$
と変形し，$x-y$ を共通因数とする。